Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»

Факультет прикладної математики

Кафедра системного програмування і спеціалізованих комп’ютерних систем

Розрахунково-графічна робота

з дисципліни

**«Теорія ймовірностей та математична статистика»**

**Виконав: Перевірила:**

Студент групи **КВ-51** доцент кафедри СПСКС

Тимошенко Ігор Олегович

\_\_\_\_\_\_\_\_ / Сапсай Т.Г. /

«\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2016 р.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ завдання** | **01.21** | **02.21** | **03.21** | **04.21** | **05.21** | **06.21** | **07.21** | **08.21** | **09.21** | **10.21** | **Σ** |
| **Уточнення**  **умови** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Бали** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

ІІІ семестр

Київ 2016

**Завдання 01.21**

**Умова:**

З урни, що містить 10 чорних та 6 білих куль, вибирають 2 чорні та 3 білі кулі. Скількома способами це можна зробити ?

**Формула:**

Для цієї задачі використаємо комбінації , де n – кількість елементів з яких ми вибираємо; k – кількість місць на які відбувається вибір.

За умовами задачі ми повинні вибрати з 10 чорних куль всього 2, і в той же час з 6 білих – 3 білі. Маємо кінцеву формулу:

**Розрахунки:**

**Відповідь**: 900

**Завдання 02.21**

**Умова:**

На паркетну підлогу навмання кидають монету діаметром d. Паркет має форму квадратів із стороною a (a > d). Яка ймовірність того, що монета не перетне жодної зі сторін квадратів паркету ?

**Формула:**

Монетка не перетне жодної зі сторін паркету, якщо монетка цілком буде знаходитися в площі довільного квадрату. Це можливо лише за умови, що центр монетки буде знаходитися на відстані від граней квадрату не меншій від її власного радіуса. Отже є можливість застосувати геометричну ймовірність:

, де

A – подія того, що монетка не

перетне жодної сторони паркету;

- множина всіх можливих

точок (область) в які може потрапити

центр монетки;

– множина точок, при яких

відбувається подія А.

В конкретній задачі дорівнює площі одного квадрату паркету, а - площі квадрату, що знаходиться всередині квадрата паркету, і сторони якого віддалені від сторін паркету на величину радіуса монетки, тобто сторона внутрішнього квадрату буде дорівнювати .

**Розрахунки:**

**Відповідь**:

**Завдання 03.21**

**Умова:**

У групі r студентів. Обчислити ймовірність того, що принаймні двоє з них народилися в одному місяці.

**Формула:**

Очевидно, що якщо , то обов’язково хоча б двоє народилися в одному місяці. Тобто

Для , простіше буде вирахувати ймовірність того, що всі студенти народилися в різні місяці. Таким чином, скориставшись властивістю протилежних подій, ймовірність того, що в одному місяці народилися хоча б двоє буде вираховуватись таким чином:

,

де P(A) – ймовірність того, що хоча б двоє зі студентів народилися в одному місяці; – ймовірність протилежної події, тобто ймовірність того, що всі студенти народилися в різні місяці.

Для обрахування скористаємося класичною формулою ймовірностей

*,*

де m – результати, які сприяють події ; n – загальна кількість всіх можливих результатів.

Для знаходження m розглянемо задачу по розміщенню на r позицій з 12 місяців, тобто всі можливі варіанти того, що всі r студентів народилися в різні місяці.

Тоді n – всі можливі варіанти, тобто кожен із r студентів міг народитися в будь-якому місяці. Для розрахунку n скористаємося властивістю множення.

Отже кінцева формула має вигляд:

**Відповідь**:

**Завдання 04.21**

**Умова:**

Довести, що якщо для будь-яких n подій

*,*

то .

**Доведення:**

Так як подія є підмножиною А, то справедливе твердження:

Отже тепер необхідно довести, що

Так як то

Отже за властивостями ймовірностей , і тоді

Таким чином, оцінивши вираз зверху ми довели його істинність.

**Завдання 05.21**

**Умова:**

Два мисливці влучають у ціль з ймовірностями 0,7 та 0,8 , відповідно. Кожен з них робить один постріл. Яка ймовірність того, що: а) обидва влучають?

б) жоден не влучить? в) хоча б один влучить? г) лише один влучить у ціль?

**Формула:**

Отже за умовою задачі нам необхідно знайти з двох жоден не влучить, лише один влучить, обидва влучать, хоча б один влучить, тобто влучить один або більше.

Так як влучання двох мисливців не залежні, то для розрахунку можна скористатися твірною функцією:

,

де n – кількість випробувань (в нашому випадку це постріл першого та другого мисливців, так як вони не залежні); - ймовірність попадання в ціль на k-ому випробуванні; – ймовірність протилежної події (ймовірність промаху на k-ому випробуванні);

**Розрахунки:**

За умовою:

Коефіцієнти при z відповідно дорівнюють ймовірностям:

Для знаходження скористаємося властивістю протилежних подій:

**Відповідь:**

**Завдання 06.21**

**Умова:**

Двічі підкидають гральний кубик. Описати простір елементарних подій Ω.

Нехай ξ(ω) –сума очок, які випали. Знайти розподіл випадкової величини ξ, M ξ

**Формула:**

Простором елементарних подій буде множина всіх можливих результатів при двох підкиданнях кубика

За умовою ряд розподілу складається для сум очок, які випали. Отже всі можливі значення будуть дорівнювати значенням від 2 до 12.

Математичне сподівання буде обчислюватись за формулою:

де – можливі значення, – їх ймовірність, n – кількість можливих значень

Ймовірність події вираховується за класичною формулою ймовірностей

де m – результати, які сприяють події (підбираємо методом прямого перебору); n – всі можливі результати (для цієї задачі ).

**Розрахунки:**

Будуємо ряд розподілу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

…

Обчислимо математичне сподівання за формулою:

**Відповідь**:

**Завдання 07.21**

**Умова:**

Побудувати кумулятивний ряд та кумулятивну криву за даними:

8.03 5.20 6.72 5.60 5.38 6.80 7.51 5.46 7.28 5.62

7.03 6.26 6.40 7.04 6.25 7.76 6.51 9.73 4.95 6.11

6.77 8.09 7.49 5.45 6.40 7.33 6.91 6.38 6.35 6.10

6.80 7.10 8.12 9.16 7.01 6.89 6.71 6.68 6.77 6.87

7.46 7.46 7.22 7.16 7.69 7.73 8.38 8.01 8.71 8.93

**Розв’язок:**

Відсортуємо дані:

4.95 5.20 5.38 5.45 5.46 5.60 5.62 6.10 6.11 6.25

6.26 6.35 6.38 6.40 6.40 6.51 6.68 6.71 6.72 6.77

6.77 6.80 6.80 6.87 6.89 6.91 7.01 7.03 7.04 7.10

7.16 7.22 7.28 7.33 7.46 7.46 7.49 7.51 7.69 7.73

7.76 8.01 8.03 8.09 8.12 8.38 8.71 8.93 9.16 9.73

Згрупуємо дані на діапазони з довжиною h = 0.2 та знайдемо частоту ( ) та відносну частоту ( ) для кожного діапазону

де – частота діапазону; – об’єм вибірки (для цієї задачі n = 50)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 4.5-5 | 5-5.5 | 5.5-6 | 6-6.5 | 6.5-7 | 7-7.5 | 7.5-8 | 8-8.5 | 8.5-9 | 9-9.5 | 9.5-10 |
|  | 1 | 4 | 2 | 8 | 11 | 11 | 4 | 5 | 2 | 1 | 1 |
|  | 0.02 | 0.08 | 0.04 | 0.16 | 0.22 | 0.22 | 0.08 | 0.1 | 0.04 | 0.02 | 0.02 |

Розрахуємо накопичення відносної частоти та побудуємо кумулятивний ряд:

де k – номер останнього елемента, який попадає в інтервал (-∞, *x*).

…

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | X<4,5 | X<5 | X<5,5 | X<6 | X<6,5 | X<7 | X<7,5 | X<8 | X<8,5 | X<9 | X<9,5 | X<10 |
|  | 0 | 0,02 | 0,1 | 0,14 | 0,3 | 0,52 | 0,74 | 0,82 | 0,92 | 0,96 | 0,98 | 1 |

Побудуємо кумулятивну пряму:

**Завдання 08.21**

**Умова:**

Обчислити генеральну середню, дисперсію, початковій та центральний момент 4 порядку за даними, наведеними в завданні №7

**Розрахунки:**

Побудуємо статистичний розподіл для всіх значень

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 4.95 | 5.20 | 5.38 | 5.45 | 5.46 | 5.60 | 5.62 | 6.10 | 6.11 | 6.25 |
|  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
|  | 6.26 | 6.35 | 6.38 | 6.40 | 6.51 | 6.68 | 6.71 | 6.72 | 6.77 | 6.80 |
|  | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
|  | 6.87 | 6.89 | 6.91 | 7.01 | 7.03 | 7.04 | 7.10 | 7.16 | 7.22 | 7.28 |
|  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
|  | 7.33 | 7.46 | 7.49 | 7.51 | 7.69 | 7.73 | 7.76 | 8.01 | 8.03 | 8.09 |
|  | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
|  | 8.12 | 8.38 | 8.71 | 8.93 | 9.16 | 9.73 |
|  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Для розрахунку генерального середнього скористаємося формулою

де m – кількість варіантів, – частота, – варіант.

Для знаходження дисперсії скористаємося формулою:

Знайдемо початковій момент за формулою:

Знайдемо центральний момент за формулою:

**Відповідь**:

**Завдання 09.21**

**Умова:**

Відомо, що при додаванні двох випадкових додатних чисел в комп’ютерній системі, ймовірність переповнення розрядної сітки регістра результату становить 0,2. Знайти ймовірність того, що при повторенні даної процедури 8 разів, переповнення розрядної сітки буде спостерігатися не більше ніж в 3 випробуваннях. Вважати ймовірність переповнення сітки однаковою для всіх випробувань.

**Формула:**

За умовою задачі ми маємо схему Бернуллі, так як відбувається n незалежних випробувань з однаковою ймовірністю появи події p в них. Отже ми можемо використати формулу Бернуллі.

де n – кількість випробувань (для даної задачі n = 8); k – кількість появи поді A в n випробуваннях, p – ймовірність появи події А в одному випробуванні; q – ймовірність протилежної події до події A.

Так як за умовою сказано, що подія повинна відбутись не більше ніж 4 рази, то можна сказати, що вона з’явиться 3 рази, або 2, або 1, або зовсім не з’явиться. Таким чином маємо кінцеву формулу:

**Розрахунки:**

Отже, з умови маємо:

**Відповідь**: 0.9426

**Завдання 10.21**

**Умова:**

Працівники фірми Intel провели дослідження роботи своїх процесорів на різних комп’ютерах і отримали дані тактової частоти (ГГц). Скласти гістограму для цих даних.

2.24 3.41 3.25 2.05 2.68 3.60 3.25 2.88 2.47 2.54

3.47 2.18 3.15 2.46 2.42 3.05 3.15 2.57 2.18 2.69  
3.24 3.15 2.68 2.45 3.05 2.57 2.94 3.02 2.16 2.88

**Розв’язання:**

Впорядкуємо дані:

2.05 2.16 2.18 2.18 2.24 2.42 2.45 2.46 2.47 2.54

2.57 2.57 2.68 2.68 2.69 2.88 2.88 2.94 3.02 3.05

3.05 3.15 3.15 3.15 3.24 3.25 3.25 3.41 3.47 3.60

Згрупуємо дані на діапазони з довжиною h = 0.2 та знайдемо частоту ( ) та відносну частоту ( ) для кожного діапазону

де – частота діапазону; n – об’єм вибірки ()

Будуємо статистичний ряд:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2-2.2 | 2.2-2.4 | 2.4-2.6 | 2.6-2.8 | 2.8-3 | 3-3.2 | 3.2-3.4 | 3.4-3.6 |
|  | 4 | 1 | 7 | 3 | 3 | 6 | 3 | 3 |
|  | 0.133 | 0.033 | 0.234 | 0.1 | 0.1 | 0.2 | 0.1 | 0.1 |
|  | 0.266 | 0.165 | 1.17 | 0.5 | 0.5 | 1 | 0.5 | 0.5 |

Побудуємо гістограму: